



**Modélisation : Quand les maths font la pluie et le beau temps par Eric Blayo, Isabelle Herlin, François-Xavier Le Dimet. De la prévision à la connaissance, entretien avec Michael Ghil, propos recueillis par Dominique Chouchan. Trouver un compromis entre qualité des simulations et temps de calcul par Laurence Rouil.**

Eric Blayo, Isabelle L. Herlin, François Xavier Le Dimet, Michael Ghil,  
Laurence Rouil

► **To cite this version:**

Eric Blayo, Isabelle L. Herlin, François Xavier Le Dimet, Michael Ghil, Laurence Rouil. Modélisation : Quand les maths font la pluie et le beau temps par Eric Blayo, Isabelle Herlin, François-Xavier Le Dimet. De la prévision à la connaissance, entretien avec Michael Ghil, propos recueillis par Dominique Chouchan. Trouver un compromis entre qualité des simulations et temps de calcul par Laurence Rouil.. Les Cahiers de l'INRIA - La Recherche, 2008, Pourquoi le cerveau devient dépendant. Alcool, tabac, stress, jeux., 417 mars 2008. inria-00547204

**HAL Id: inria-00547204**

**<https://inria.hal.science/inria-00547204>**

Submitted on 15 Dec 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## MODÉLISATION

# Quand les maths font la pluie et le beau temps

**La géophysique pose des problèmes inédits en matière de modélisation, de calcul scientifique, de théorie du contrôle, de traitement de données et des images... Des problèmes qui requièrent de nouvelles approches théoriques.**

Fonte des glaces, cyclones, inondations, avalanches... autant d'événements ou de tendances lourdes que l'on aimerait prédire de manière fiable, ne serait-ce que pour en limiter les effets dévastateurs éventuels. Les outils de prévision privilégiés, à l'heure des supercalculateurs, ce sont bien sûr les modèles numériques. Mais même avec le calcul haute performance, les choses ne sont pas si simples: la seule modélisation de l'océan Atlantique Nord conduit à résoudre des systèmes à 200 millions de variables! Aux mathématiciens alors de jouer: il s'agit d'imaginer des algorithmes susceptibles d'optimiser à la fois temps de calcul et précision des résultats.

Exemple: comment modéliser de manière ultra-fine une zone océanique donnée tout en garantissant la cohérence de ce «zoom» avec un modèle global de l'océan? Telle est l'une des questions si l'on veut améliorer les prévisions de diffusion d'un polluant, anticiper les effets de la construction d'une digue, ou encore étudier de plus près un mécanisme physique ou chimique local. Pour y répondre, nous avons développé des outils de «raffinement de maillage» fondés sur la théorie des méthodes dites multigrilles.

Inventées au milieu des années 1960, elles consistent à utiliser astucieusement plusieurs niveaux de discrétisation (des plus grossières aux plus fines) pour résoudre efficacement des

équations aux dérivées partielles. En reprenant ces idées pour les appliquer de façon locale, tout en maîtrisant la qualité des interactions entre grilles, nous avons développé un logiciel, AGRIF, dont la dernière version date de 2007 [1]. Cette «loupe numérique» peut être couplée à n'importe quel modèle général sans l'affecter: AGRIF a notamment été couplé au principal modèle européen de l'océan (OPA). Un exemple

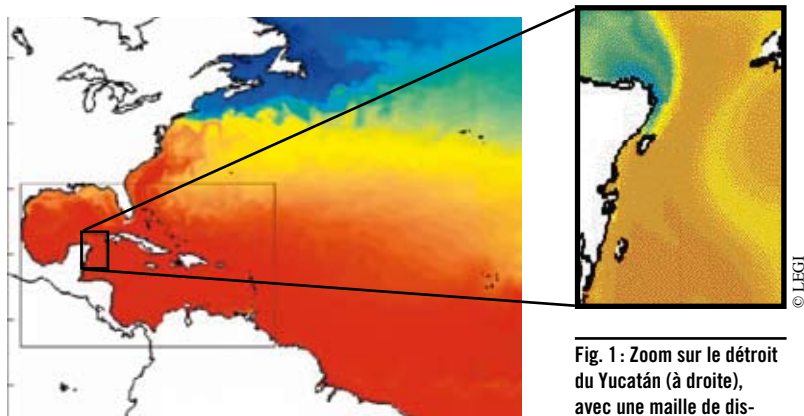
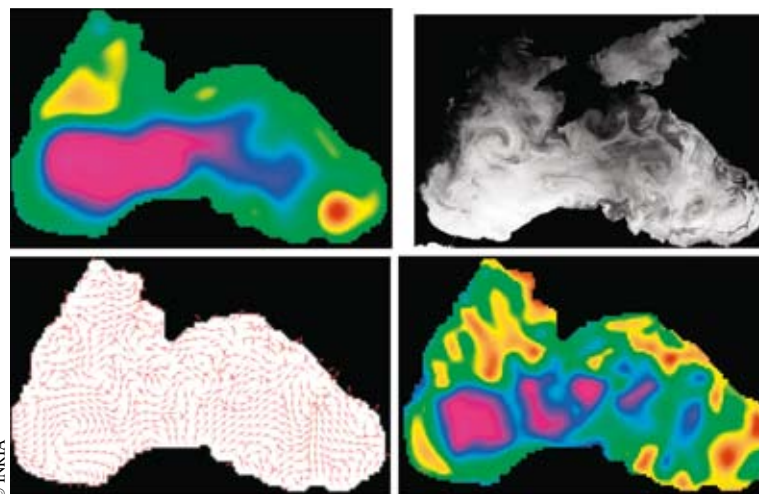


Fig. 1 : Zoom sur le détroit du Yucatán (à droite), avec une maille de discrétisation du modèle de circulation océanique de 4 km environ, tandis que la maille pour le modèle général de l'Atlantique (à gauche) est d'environ 35 km.

d'utilisation concerne l'étude de la circulation océanique dans le Golfe du Mexique [fig. 1].

Mais un modèle, aussi sophistiqué soit-il, serait de peu d'utilité s'il n'était pas ajusté sur la réalité. C'est le rôle des méthodes d'«assimilation de données», dont les premiers développements datent d'une trentaine d'années [2]. Elles visent à optimiser les paramètres incertains sur la base des mesures recueillies. Là encore les mathématiques sont sollicitées: mise en œuvre de techniques de contrôle optimal (voir l'encadré), d'estimation statistique... Reste un problème de taille: leur caractère très gourmand en puissance de calcul (le coût d'un modèle peut se voir multiplié par 10, voire par 100). L'enjeu est donc aujourd'hui d'imaginer des méthodes moins coûteuses.

**Fig. 2 : Assimilation d'image dans un modèle océanique de la mer Noire : hauteur d'eau prévue par le modèle sans assimilation (haut gauche), image satellite (haut droite), champ de vitesse estimé à partir des images (bas gauche), amélioration du modèle après assimilation de cette information (bas droite).**



Parmi les pistes que nous explorons, l'une se fonde sur le fait que les systèmes chaotiques tels que les écoulements atmosphériques et océaniques possèdent un « attracteur » : ils évoluent au voisinage d'une structure mathématique caractérisée par un nombre de dimensions très inférieur au nombre de variables du modèle utilisé pour les représenter (quelques dizaines contre plusieurs millions voire dizaines de millions). L'idée est d'évaluer, au moyen de techniques statistiques (analyses factorielles en particulier), les directions principales de variabilité d'un tel système (les axes de l'attracteur). L'optimisation des paramètres du modèle est alors réalisé selon ce nombre restreint de directions. Grâce à cette méthodologie, nous avons déjà gagné un facteur 2 sur le coût de l'assimilation de données dans des applications relatives au Pacifique équatorial [3].

Enfin, les milieux naturels (océan, atmosphère, sols...) ne sont évidemment pas « fermés » mais interagissent entre eux. Pour représenter ces interactions, il faut coupler des modèles décrivant des milieux très différents (interfaces océan-atmosphère, sol-atmosphère...). Comment « raccorder » les équations régissant chacun d'entre eux ? Les modèles couplés actuels utilisent des algorithmes relativement simples, susceptibles de dégrader

la qualité de la solution. Si l'on s'intéresse au comportement statistique de cette solution, comme pour les simulations d'évolution du climat, l'incidence n'est pas trop grave.

Il en va autrement pour d'autres applications : la prévision de la trajectoire d'un cyclone, par exemple, doit être précise, compte tenu des enjeux humains, économiques et environnementaux d'une erreur en la matière. Une techni-

que se fonde sur des méthodes dites de « décomposition de domaine ». Ces dernières consistent à ramener un problème de très grande taille en une suite de sous-problèmes de taille plus petite. Nous cherchons à adapter cette technique en déterminant les conditions aux limites optimales que doivent s'échanger les modèles. D'où la nécessité d'une analyse détaillée des équations, ce qu'à l'heure actuelle nous ne savons faire que dans des cas assez simples. Un programme de recherche sur ce thème a été lancé en 2006, qui associe l'INRIA à des équipes de l'université Paris-XIII et de celle d'Amiens.

Un autre grand défi pour l'avenir est de réussir à « assimiler » des images dans les modèles. Nous avons d'ores et déjà réalisé l'assimilation d'images satellitaires infrarouges dans un modèle de circulation océanique en mer Noire [4]. Résultat : une bien meilleure reconstruction du détail de cette circulation [fig. 2]. C'est le fruit d'un programme de coopération mené depuis trois ans avec Météo-France et le Laboratoire des écoulements géophysiques et industriels (LEGI, Grenoble), entre autres, et auquel s'est jointe depuis peu l'Académie des sciences d'Ukraine. À terme, l'idée est de tirer profit du maximum d'images, y compris de simples webcams. **É. B., I. H., et F.-X. Le D.**

## CONTRÔLE OPTIMAL : PRINCIPE

Technique couramment utilisée dans l'industrie (notamment l'aéronautique), le contrôle optimal est à la base de l'assimilation variationnelle de données. Une analogie avec l'artillerie permet d'en comprendre le principe : pour envoyer un obus au plus près d'une cible, le canon étant fixe, la seule variable sur laquelle on peut agir est l'inclinaison du canon, c'est la variable de contrôle. Le modèle combine la cinématique du corps pesant et la résistance de l'air, ce qui détermine la distance entre impact et cible. En assimilation, le contrôle se fait sur la base de l'état de l'environnement à une date donnée du passé, défini par des millions de variables, la trajectoire étant l'ensemble des évolutions possibles compatibles avec le modèle. La « distance » à minimiser est l'écart aux observations. D'une seule variable de contrôle on passe à des dizaines de millions (voir aussi <http://interstices.info/prevision-environnement>).

**Éric Blayo**, professeur à l'université Joseph Fourier (Grenoble), est spécialiste de modélisation numérique et responsable d'un projet INRIA de mathématiques appliquées à l'environnement (MOISE) à Grenoble.

**Isabelle Herlin**, directrice de recherche à l'INRIA, est spécialiste du traitement d'images satellite et responsable d'un projet de mathématiques appliquées à l'environnement (CLIME) à Rocquencourt.

**François-Xavier Le Dimet**, professeur à l'université Joseph Fourier de Grenoble, est spécialiste de l'assimilation de données et responsable d'un projet ANR sur l'assimilation des images.



D.R.

«Prédire n'est pas expliquer» disait le mathématicien français René Thom. Les modélisations mathématique et numérique n'en sont pas moins devenues des outils incontournables en climatologie, océanographie...

**En quoi la prévision des phénomènes géophysiques est-elle affaire de mathématiciens autant que de géophysiciens ?**

**Michaël Ghil :** Il faut d'abord préciser que le terme de prévision, dans ce contexte, doit être considéré selon deux acceptions, à ne pas confondre. Le sens auquel on pense immédia-

variabilité haute fréquence (quelque milliers d'années) en paléoclimat. On allait donc à l'encontre de l'hypothèse admise d'un lien direct entre cycles de glaciation - déglaciation du quaternaire et changement d'insolation, avec des temps caractéristiques dix fois supérieurs (quelques dizaines de milliers d'années). Les géochimistes n'y ont pas cru. Or vers la fin des années 1980, cette variabilité a été observée sur le terrain, de manière totalement indépendante, par le géologue allemand Hartmut Heinrich.

**Les deux types de prévision se servent-ils d'outils mathématiques similaires ?**

**M. G. :** C'est en effet le cas pour l'assimilation des données. Elle est désormais utilisée de manière routinière pour améliorer la prévision du temps. Mais on en a également besoin pour comprendre les phénomènes. Par exemple, les modèles numériques actuels sont limités en résolution spatiale du fait de la puissance de calcul nécessaire (mailles de 100 km dans l'atmosphère, de 10 km dans l'océan). Comment obtenir une bonne approximation de paramètres, déterminants pour la qualité de représentation du réel par le modèle, tels que les coefficients de viscosité ou de diffusivité « effectifs » à ces échelles mais dus à des effets intervenant à des échelles

Michaël Ghil, mathématicien et dynamicien du climat, est professeur des sciences de la planète à l'École normale supérieure (ENS, Paris), où il dirige le département Terre-Atmosphère-Océan ainsi que le Centre d'enseignement et de recherche sur l'environnement et la société (CERES).

## Entretien avec Michael Ghil De la prévision à la connaissance

tement fait référence à la prévision numérique du temps, du climat, etc. : il s'agit de prévoir des événements futurs dans le cadre d'un système donné. Mais la prévision peut aussi être entendue au sens théorique : il s'agit alors de recherche de connaissances plus fondamentales. L'un des objectifs est par exemple d'être en mesure de prévoir des événements encore jamais observés. Cela n'est pas différent de la démarche en physique théorique ou dans d'autres domaines : ainsi la fameuse éclipse solaire de 1919 a offert l'opportunité de confirmer, *a posteriori*, l'une des prédictions de la théorie de la relativité générale d'Einstein (la déviation d'un rayon lumineux dans le champ de gravitation d'un astre massif). Les mathématiques jouent dans les deux cas un rôle essentiel.

**A quelles découvertes de phénomènes pensez-vous dans votre domaine ?**

**M. G. :** Je donnerai un exemple du début des années 1980. À l'époque, avec Hervé Le Treut (alors en thèse), nous avons décrit une

bien plus petites ? L'assimilation de données offre le moyen d'évaluer ces coefficients, auparavant ajustés aux données « à la main ».

**Pensez-vous que les physiciens devraient connaître plus de mathématiques ?**

**M. G. :** Jusqu'à la fin de sa vie, Einstein a pensé que son manque de connaissances en mathématiques l'empêchait de progresser dans la théorie unifiée des forces élémentaires de la nature. Plus sérieusement, l'un des traits de la science contemporaine est notre extrême dépendance à l'égard des apports d'autres chercheurs. Un modèle climatologique est le fruit de milliers d'heures x chercheurs. Il faut donc faire confiance mais néanmoins comprendre les principes physiques et mathématiques sur lesquels il s'appuie. Cette question se pose aussi en mathématiques appliquées. À cet égard, comment ne pas souscrire à la remarque prêtée au mathématicien français André Lichnerowicz : « Pour appliquer les maths, encore faut-il les connaître ».

**Propos recueillis par Dominique Chouhan**



**Laurence Rouil, mathématicienne, est responsable de l'Unité de modélisation et d'analyse économique pour la gestion des risques, au sein de la Direction des « Risques Chroniques » de l'INERIS, à Verneuil-en-Hallatte (Oise).**



D.R.

sodes de pollution au jour le jour. Pour ce faire, nous avons développé un système baptisé PREV'AIR ([www.prevair.org](http://www.prevair.org)) avec trois partenaires (Météo-France, Ademe, Institut Pierre-Simon-Laplace-CNRS). Le système fournit une évaluation quotidienne de la qualité de l'air en France et en Europe et des prévisions pour les deux jours à venir. Un volet qui demande d'autant plus de rigueur et de qualité que les résultats sont en accès libre à tous publics. Dans ce contexte, l'un de nos objectifs est d'améliorer la précision et la fiabilité de ces outils. Cette amélioration passe par la mise en œuvre de techniques d'assimilation des données, de manière à « caler » nos modèles (comme le modèle de chimie-transport CHIMERE, co-développé par l'Institut Pierre-Simon-Laplace, l'INERIS et le Laboratoire inter-universitaire des

## « Trouver un compromis entre qualité des simulations et temps de calcul »

Quelles mesures mettre en œuvre pour améliorer la qualité de l'air d'une ville, d'un pays ou d'un continent ? Désormais, la réponse résulte pour l'essentiel de l'utilisation de modèles numériques.

« Les modèles numériques nous permettent de simuler des scénarios et d'identifier le ou les plus efficaces. Pour un organisme comme l'Institut national de l'environnement industriel et des risques (INERIS), dont l'une des missions est d'apporter un appui technique aux instances politiques, ces modèles sont devenus des outils de base pour évaluer l'impact de réglementations liées à l'environnement.

Nous travaillons entre autres avec le ministère de l'Écologie, du Développement et de l'Aménagement durables sur les négociations relatives aux directives de qualité de l'air, de réduction des polluants atmosphériques... Ces textes politiques, contraignants pour les États-membres de l'Union européenne, sont élaborés à partir de résultats de modèles (mathématiques, chimiques, économiques). Notre contribution consiste par exemple à étudier l'impact de scénarios de réduction des émissions atmosphériques à l'échelle de 20, 30 ou 40 ans. A terme, nous devons relever un nouveau défi, celui d'intégrer les changements climatiques dans ces scénarios. Autre aspect de nos activités directement conditionné par les modèles : l'analyse des épi-

systèmes atmosphériques) sur la base des observations\*. Sur cet aspect, nous avons engagé des collaborations avec l'École nationale des Ponts et Chaussées (ENPC), le CNRS, ainsi qu'avec l'INRIA, en pointe dans le domaine. La question est de minimiser l'écart entre valeurs prédites par le modèle et valeurs réelles.

Cette question vaut pour tout modèle sauf que pour nous, utilisateurs opérationnels, s'ajoutent des contraintes temporelles fortes : tous les matins à 8h, par exemple, nous devons fournir une cartographie actualisée de la qualité de l'air. Donc pas question de se lancer dans une « usine à gaz » ! L'enjeu est de trouver le meilleur compromis entre qualité des simulations et temps de calcul. Autre exemple : si le ministère nous demande d'évaluer sous huit jours l'impact d'une réduction de vitesse des véhicules, on ne peut faire tourner un modèle pendant un mois. J'ajoute que nos activités ne portent pas seulement sur les aspects physiques et chimiques de la qualité de l'air, mais aussi sur les aspects économiques (relation coûts/bénéfices des mesures à prendre...). La diversité scientifique de notre équipe (mathématiciens, physiciens, chimistes, économistes, ingénieurs généralistes) nous permet de confronter les interprétations. Cette approche pluridisciplinaire me semble particulièrement importante dans un domaine appliqué comme le notre. » **Laurence Rouil**

\* Pour en savoir plus sur le modèle CHIMERE : <http://euler.lmd.polytechnique.fr/chimere/>